Reti di Petri

Le reti di petri sono macchine a stati finiti, specificatamente per sistemi concorrenti

Informalmente:

* Posti
* Transizioni
* Archi che collegano posti a transizioni e viceversa
* Gettoni che vengono manipolati in base alle transizioni

Formalmente

Una rete di petri è una 5-upla [P,T;F,W,M0]

* P è l’insieme dei posti
* T è l’insieme delle transizioni
* F è la relazione di flusso
* W è la funzione di peso W : F → IN
* M0 è la funzione marcatura M0 : P → IN

Preset: pre(a)

Postset: post(a)

Comportamento dinamico

* Una transizione t è abilitata in una marcatura M sse per ogni p di pre(t) M(p)>=W(<p,t>)
* Lo scatto di una transizione t in una marcatura M produce una nuova marcatura M’

Relazioni

* Sequenza: una transizione t1 è in sequenza con una transizione t2 in una marcatura M sse:

M[t\_1 > and \notM[t\_2 > and M[t\_1 t\_2 >

* Conflitto: due transizioni t\_1 e t\_2 sono in conflitto…
  + …strutturale sse pre(t\_1) intersezione pre(t2) != 0
  + …effettivo in una marcatura M sse sono entrambe abilitate ma esiste p in pre che non ha abbastanza gettoni per farle scattare entrambe.

NB: questo guarda solamente i pre, non è la stessa cosa di dire che non può esserci una sequenza.

* Concorrenza: due transizioni t\_1 e t\_2 sono in concorrenza…
  + …strutturale: sse pre(t\_1) intersez pre(t\_2) = emptyset
  + …effettiva in una marcatura M: sse M[t\_1> and M[t\_2> and tutti i posti in ingresso hanno abbastanza token per farle scattare entrambe

Insieme di raggiungibilità

L’insieme di raggiungibilità di una rete a partire da una marcatura M è il più piccolo insieme di marcature tc:

1. M \in R(P/T,M)
2. …

Limitatezza: una rete P/T con marcatura M si dice limitata sse è possibile fissare un limite al numero di gettoni della rete per ogni marcatura dell’insieme di raggiungibilità

Legame tra reti di Petri e Automi a Stati Finiti: se la rete di petri è limitata:

* Allora l’insieme di raggiungibilità è finito
  + Allora esiste un automa a stati finiti che ne descrive il comportamento, dove gli stati sono le possibili marcature dell’insieme di raggiungibilità

Vitalità di una transizione: una transizione t in una marcatura M si dice viva…

…di grado 0 (morta) se non è abilitata in M ed in nessuna delle marcature raggiungibili da M.

…di grado 1 se esiste almeno una marcatura raggiungibile da M in cui t è abilitata.

…di grado 2 se per ogni numero k esiste almeno una sequenza ammissibile da M in cui la transizione t scatta k volte.

…di grado 3 se esiste almeno una sequenza ammissibile da M in cui la transizione t scatta infinite volte.

…di grado 4 (viva) se in qualunque marcatura raggiungibile da M, t non è morta.

Una rete è viva se tutte le sue transizioni sono vive.

Altri dialetti delle reti di Petri (riduzioni ed estensioni)

Estensione – fissiamo un massimo numero di token ammissibili in un posto.

In questo modo possiamo forzare la limitatezza della rete, ma cosa cambia nelle regole di abilitazione?

…

Ma questo tipo di estensione è utile? Posto complementare: dato un posto p si dice che un posto p\_c è il suo complementare sse:

* \forall t \in post(p) \exists (t,p\_c) \in F t.c. W(<t,p\_c>) …

Estensione – archi inibitori

Tramite questi archi specifichiamo che non dev’essere presente alcun token affinchè la transizione sia abilitata.

Riduzione – eliminazione dei pesi

Reti conservative

Analisi delle Reti di Petri

Albero delle marcature raggiungibili:

1. crea una radice corrispondente alla marcatura iniziale e lo etichetta come nuovo
2. finchè ci sono nodi etichettati come nuovo esegue dei passi:
   1. seleziona una marcatura M etichettata come nuovo e toglie l’etichetta;
   2. se M è identica ad una marcatura sul cammino da M\_0 la etichetta come duplicata e basta;
   3. …

Rappresentazione matriciale

Si può rappresentare una rete di Petri tramite delle matrici:

* Una matrice I degli archi di input
* Una matrice O degli archi di output
* Una matrice di incidenza C = O - I
* Un vettore m della marcatura corrente

Una transizione t\_j è abilitata in una marcatura espressa dal vettore m sse I[.][j] \leq m

Tramite queste rappresentazioni possiamo introdurre una nuova tecnica di analisi:

* I P-invarianti: un vettore h di dimensione |P| è un P-invariante sse

…

Copertura di P-invarianti: una rete P/T si dice copribile/ricoperta da P-invarianti se per ogni posto esiste almeno un P-invariante semipositivo che ha peso positivo in quel posto

* I T-invarianti

Reti di petri temporizzate

Modellare sistemi hard real time

Un sistema hard real time è un sistema che richiede di soddisfare vincoli temporali senza errori, a causa dei danni che potrebbe creare la mancanza di alcuni requisiti prima dell’esecuzione di qualche operazione. Ne sono un esempio i sistemi di controllo di centrali nucleari, i sistemi di controllo di processi industriali, e simili.

Ma come si inserisce il tempo in una rete di petri?

1. Introdurre dei ritardi sui posti
2. Introdurre dei ritardi sulle transizioni
3. Introdurre dei tempi di scatto sulle transizioni

Time Basic nets

In questo metodo sfruttiamo delle reti time basic, dove i gettoni non sono più anonimi, gli viene associato un timestamp: da qui, introduciamo il tempo di abilitazione di una transizione, che corrisponde al massimo tra i timestamp dei gettoni che compongono la tupla abilitante.